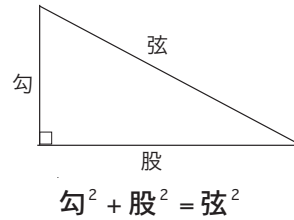


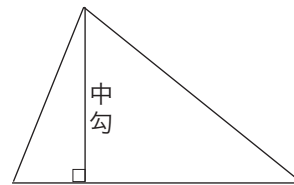
算額の術解

【術解のための予備知識】

- (1) ピタゴラスの定理を和算では〈勾股弦の術〉といいます。

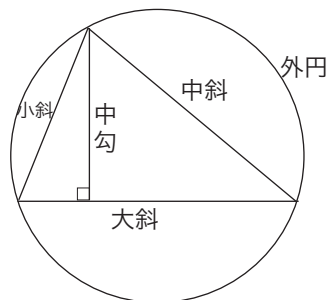


- (2) 三角形の頂点から対辺に下ろした垂線を〈中勾〉といいます。



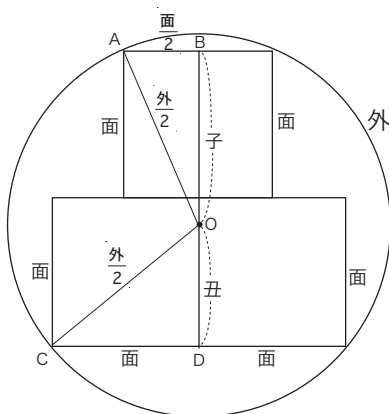
- (3) 三角形の二辺と中勾，外接円について次の関係もよく使います。現在の正弦定理にあたるものです。

$$\text{小斜} \times \text{中斜} = \text{中勾} \times \text{外径}$$



和算では円径は直径を表すので注意して下さい。外径を外，正方形の一辺を面，また図のように名前を付けます。

【佐久間鑽による術解】



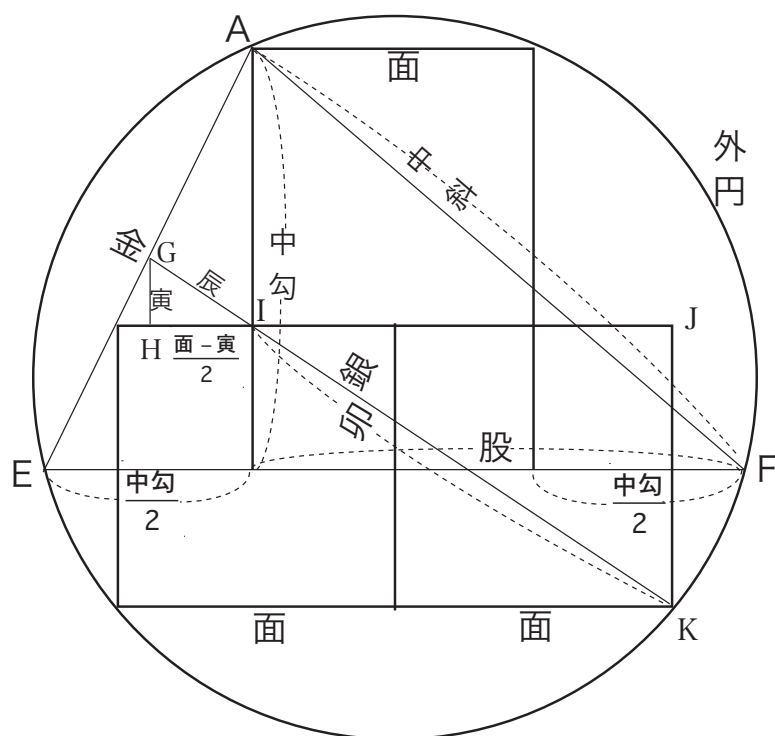
△OAB と △OCD に勾股弦の術を使い， $\left(\frac{\text{外}}{2}\right)^2$ を二通りで表して

$$\text{子}^2 + \left(\frac{\text{面}}{2}\right)^2 = \text{丑}^2 + \text{面}^2$$

$$\text{丑} = 2 \text{面} - \text{子} \text{ を代入して } \text{子} = \frac{19}{16} \text{面} \text{ となる.}$$

$$\text{よって } \frac{\text{外}}{2} = \sqrt{\left(\frac{19}{16} \text{面}\right)^2 + \frac{\text{面}^2}{4}} = \frac{5\sqrt{17}}{16} \text{面}$$

$$\therefore \text{外} = \frac{5}{8} \sqrt{17} \text{面}$$



$$\text{中勾} = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{金}, \quad \text{股} = \text{面} + \frac{\text{金}}{\sqrt{5}}$$

$$\text{中斜}^2 = \text{中勾}^2 + \text{股}^2 = \text{金}^2 + \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{面金} + \text{面}^2$$

△AEF に予備知識 (3) を使い 中斜 × 金 = 中勾 × 外
これを自乗して 中斜², 外² を代入して

$$(\sqrt{5} \text{金} + \text{面})^2 = \left(\frac{19}{4} \text{面} \right)^2$$

$$\text{平方に開き } \sqrt{5} \text{金} + \text{面} = \frac{19}{4} \text{面}$$

$$\therefore \text{面} = \frac{4}{3\sqrt{5}} \text{金}$$

$$\triangle GHI \sim \triangle IJK \text{ より } \text{寅} : \frac{\text{面} - \text{寅}}{2} = 2 : 3 \quad \therefore \text{寅} = \frac{\text{面}}{4} = \frac{\text{金}}{3\sqrt{5}}$$

$$\text{さらに, } \text{卯} = \frac{\sqrt{13}}{2} \text{面} = \frac{2\sqrt{13}}{3\sqrt{5}} \text{金}, \quad \text{辰} = \frac{\sqrt{13}}{2} \text{寅} = \frac{\sqrt{13}}{6\sqrt{5}} \text{金} \text{ に注意して,}$$

$$\text{銀} = \text{卯} + \text{辰} = \frac{2\sqrt{13}}{3\sqrt{5}} \text{金} + \frac{\sqrt{13}}{6\sqrt{5}} \text{金} = \frac{\sqrt{65}}{6} \text{金}$$