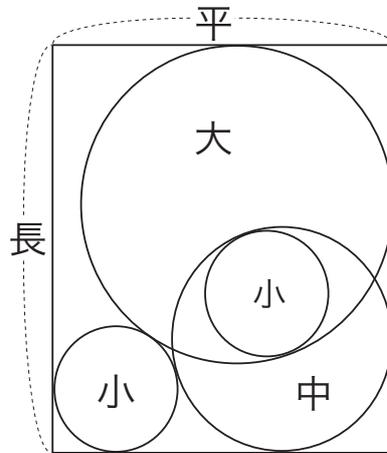


住吉大社算額 (『順天堂算譜』より)

今有如图直内容大中小四円. 只云直長若干, 直平若干. 問得小円徑術如何.

答術曰置長乘平八之名天. 開平方四之以減長八段平九段和余半之名地. 自之内減天余開平方加地八除之得小徑合問.



理軒福田先生門人 浪華 辻吉助貴林

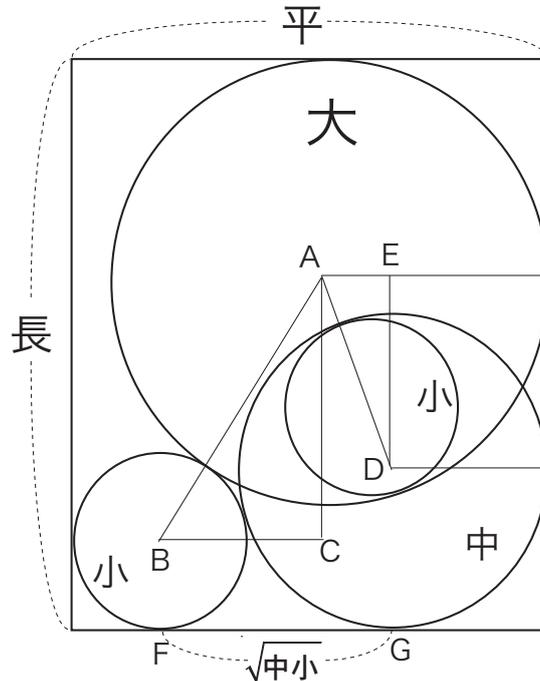
【題意】図のように長方形内に大中小の4円が入っている. 小円径を長方形の二辺(長と平)を用いて表せ.  
(和算では円径は直径を表す)

【答術】  $小 = \frac{地 + \sqrt{地^2 - 天}}{8}$

天 = 8長・平

地 =  $\frac{8長 + 9平 - 8\sqrt{2}長平}{2}$

【術解】



$$AB = \frac{\text{大} + \text{小}}{2}, BC = \text{平} - \frac{\text{大} + \text{小}}{2}, CA = \text{長} - \frac{\text{大} + \text{小}}{2}$$

△ABC に勾股弦の術 (ピタゴラスの定理) より

$$\left(\text{平} - \frac{\text{大} + \text{小}}{2}\right)^2 + \left(\text{長} - \frac{\text{大} + \text{小}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\text{大} + \text{小}}{2}\right)^2$$

$$4(\text{長} + \text{平})^2 - 4(\text{大} + \text{小})(\text{長} + \text{平}) + (\text{大} + \text{小})^2 = 8 \text{長平}$$

$$\{2(\text{長} + \text{平}) - (\text{大} + \text{小})\}^2 = 8 \text{長平}$$

開平方して

$$\text{大} = 2(\text{長} + \text{平}) - \text{小} - 2\sqrt{2 \text{長平}} \dots \textcircled{1}$$

$$AD = \frac{\text{大} + \text{中}}{2} - \text{小}, DE = \text{長} - \frac{\text{大} + \text{中}}{2}, EA = \frac{\text{大} - \text{中}}{2}$$

△ADE に勾股弦の術より

$$\left(\text{長} - \frac{\text{大} + \text{中}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\text{大} - \text{中}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\text{大} + \text{中}}{2} - \text{小}\right)^2$$

$$\therefore 4 \text{長}^2 - 4 \text{長}(\text{大} + \text{中}) + (\text{大} - \text{中})^2 + 4 \text{小}(\text{大} + \text{中}) - 4 \text{小}^2 = 0 \dots \textcircled{2}$$

FG =  $\sqrt{\text{中} \text{小}}$  だから

$$\text{平} = \frac{\text{小}}{2} + \sqrt{\text{中} \text{小}} + \frac{\text{中}}{2}$$

$$2 \text{平} = \left(\sqrt{\text{中}} + \sqrt{\text{小}}\right)^2$$

$$\therefore \text{中} = \left(\sqrt{2 \text{平}} - \sqrt{\text{小}}\right)^2 \dots \textcircled{3}$$

① と ③ を ② へ代入して

$$8\sqrt{\text{平}} \left(\sqrt{\text{長}} - \sqrt{\text{小}}\right) \left(2\sqrt{2} \text{小} - 3\sqrt{\text{小平}} + 2\sqrt{2} \text{小長} - \sqrt{\text{長平}}\right) = 0$$

$$\therefore 2\sqrt{2} \text{小} - \sqrt{\text{長平}} = 3\sqrt{\text{小平}} - 2\sqrt{2} \text{小長}$$

自乗して, 二次方程式

$$8 \text{小}^2 - \left(8 \text{長} + 9 \text{平} - 8\sqrt{2 \text{長平}}\right) \text{小} + \text{長平} = 0$$

より小が得られる. 地 =  $\frac{8 \text{長} + 9 \text{平} - 8\sqrt{2 \text{長平}}}{2}$  として

$$\text{小} = \frac{\text{地} + \sqrt{\text{地}^2 - 8 \text{長平}}}{8}$$